SEGUNDO NIVEL

XLII OLIMPÍADA MATEMÁTICA ARGENTINA

CERTAMEN REGIONAL

APELLIDO:	
NOMBRES:	
DOCUMENTO:	FECHA DE NACIMIENTO:
LOCALIDAD Y PROVINCIA:	
CELULAR:	
DIRECCIÓN ELECTRÓNICA:	
ESCUELA:	

Problema 1

Se tienen 9 pesas y cada una de ellas tiene escrito su peso medido en gramos:

$$11,\ 12,\ 13,\ 14,\ 15,\ 16,\ 17,\ 18,\ 19$$

respectivamente. Se sabe que exactamente una de las pesas es más liviana de lo que tiene escrito y que las restantes tienen escritos los pesos correctos.

Decidir si siempre es posible, usando dos veces una balanza de dos platos, determinar con certeza cuál es la pesa que tiene escrito el peso incorrecto.

ACLARACIÓN: Una balanza de dos platos solamente informa si los objetos en el plato izquierdo pesan más, igual o menos que los objetos en el plato derecho.

Problema 2

Hallar todas las parejas (a, b) de números enteros positivos, con $a \geq b$, que satisfacen

$$\text{mcm}(a,b) + \text{mcd}(a,b) + a + b = a \cdot b\,.$$

ACLARACIÓN: mcm(x, y) designa al mínimo común múltiplo de x e y; mcd(x, y) designa al máximo común divisor de x e y.

Problema 3

Sea ABC un triángulo tal que $\hat{C} = 90°$ y el lado AC es mayor que el lado BC. Sea P el punto del lado AC tal que $P\hat{B}C = 19°$. Sea r la recta paralela a BC que pasa por A. La recta BP corta a r en el punto Q. Se sabe que $PQ = 2AB$. Calcular la medida de los ángulos del triángulo ABC.

EN TODOS LOS PROBLEMAS, LA RESPUESTA SIN UNA DEMOSTRACIÓN O JUSTIFICACIÓN ADECUADA RECIBIRÁ PUNTAJE 0 (CERO).