

XIII OLIMPIADA MATEMÁTICA URBANA METROPOLITANA

PRIMER NIVEL

APELLIDO:

NOMBRES:

106

ESCUELA:.....

LOCALIDAD:.....

EN TODOS LOS PROBLEMAS,

LA RESPUESTA TIENE QUE ESTAR DEBIDAMENTE JUSTIFICADA.

Problema 1

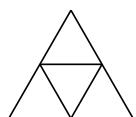
Una terna de números primos positivos (p, q, r) , no necesariamente distintos, se dice *mágica* si se satisface la igualdad $p^2 + p \cdot q + q^2 = r^2 + 143$.

Hallar todas las ternas mágicas y justificar por qué no hay más.

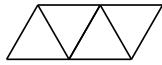
ACLARACIÓN: El 1 no es primo.

Problema 2

Un triángulo equilátero de lado 10 se ha dividido en 100 triangulitos equiláteros de lado 1 mediante paralelas a sus lados. Se dispone de m fichas triangulares y $25 - m$ fichas paralelográficas, como muestra la figura.



Ficha triangular



Ficha paralelográfica

Cada ficha cubre exactamente cuatro triangulitos de lado 1.

- (a) Determinar si se puede cubrir el triángulo de lado 10 cuando $m = 23$.
 (b) Hallar todos los valores de m para los que es posible cubrir el triángulo de lado 10.

con las 25 fichas.

Page 2

Problema 3
 Sean $ABCD$ un cuadrado (de lados AB , BC , CD y DA) y BKC un triángulo equilátero exterior al cuadrado. Sea M el punto medio del segmento AK y N el punto medio del lado CD . La recta MN corta a la recta AD en el punto L . Calcular las medidas de los ángulos del triángulo ALM .