

**XIII OLIMPIADA MATEMÁTICA URBANA METROPOLITANA
PRIMER NIVEL**

APELLIDO:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

NOMBRES:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

ESCUELA:.....

LOCALIDAD:.....

EN TODOS LOS PROBLEMAS,
LA RESPUESTA TIENE QUE ESTAR DEBIDAMENTE JUSTIFICADA.

Problema 1

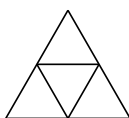
Una terna de números primos positivos (p, q, r) , no necesariamente distintos, se dice *mágica* si se satisface la igualdad $p^2 + p \cdot q + q^2 = r^2 + 143$.

Hallar todas las ternas mágicas y justificar por qué no hay más.

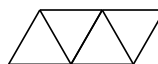
ACLARACIÓN: El 1 no es primo.

Problema 2

Un triángulo equilátero de lado 10 se ha dividido en 100 triángulitos equiláteros de lado 1 mediante paralelas a sus lados. Se dispone de m fichas triangulares y $25 - m$ fichas paralelográficas, como muestra la figura.



Ficha triangular



Ficha paralelográfica

Cada ficha cubre exactamente cuatro triángulitos de lado 1.

(a) Determinar si se puede cubrir el triángulo de lado 10 cuando $m = 23$.

(b) Hallar todos los valores de m para los que es posible cubrir el triángulo de lado 10 con las 25 fichas.

ACLARACIÓN: Las fichas se pueden girar.

Problema 3

Sean $ABCD$ un cuadrado (de lados AB , BC , CD y DA) y BKC un triángulo equilátero exterior al cuadrado. Sea M el punto medio del segmento AK y N el punto medio del lado CD . La recta MN corta a la recta AD en el punto L . Calcular las medidas de los ángulos del triángulo AML .