

TERCER NIVEL

XLI OLIMPIADA MATEMÁTICA ARGENTINA

CERTAMEN REGIONAL



APELLIDO:

NOMBRES:

DOCUMENTO:

FECHA DE NACIMIENTO:

DOMICILIO:

LOCALIDAD
Y PROVINCIA:

CELULAR:

DIRECCIÓN ELECTRÓNICA:

ESCUELA:

Problema 1

Hallar todos los números enteros (no necesariamente positivos) x, y tales que

$$x^2 + x \cdot y + y^2 = 67.$$

Problema 2

Ana dibujó dos rectas paralelas r, s y marcó una cantidad a de puntos en r y una cantidad b de puntos en s . Luego trazó todos los segmentos que conectan cada punto de r con cada punto de s . Finalmente coloreó de rojo todos los puntos de intersección entre dos segmentos dibujados (no se pintan de rojo los puntos de r ni los de s). Resultó que cada punto rojo es la intersección de exactamente dos segmentos.

Si la cantidad de puntos rojos es 7480, calcular las cantidades a y b de puntos que marcó inicialmente Ana.

Problema 3

En el interior del ángulo agudo \widehat{AOB} sean C y D que satisfacen simultáneamente

- $\widehat{AOC} = \widehat{BOD} < \frac{\widehat{AOB}}{2}$;
- la recta perpendicular a la semirrecta OA desde D corta a OC en X y la recta perpendicular a semirrecta OB desde C corta a OD en Y de modo que los segmentos DX y CY no se cortan.

Demostrar que los puntos C, X, D, Y pertenecen a una circunferencia.

EN TODOS LOS PROBLEMAS, LA RESPUESTA SIN UNA DEMOSTRACIÓN O JUSTIFICACIÓN ADECUADA RECIBIRÁ PUNTAJE 0 (CERO).