

# TERCER NIVEL

XLI OLIMPIADA MATEMÁTICA ARGENTINA

CERTAMEN REGIONAL



APELLIDO:

NOMBRES:

DOCUMENTO:

FECHA DE NACIMIENTO:

DOMICILIO:

LOCALIDAD  
Y PROVINCIA:

CELULAR:

DIRECCIÓN ELECTRÓNICA:

ESCUELA:

## Problema 1

Hallar todos los números enteros (no necesariamente positivos)  $x, y$  tales que

$$x^2 + x \cdot y + y^2 = 67.$$

## Problema 2

Ana dibujó dos rectas paralelas  $r, s$  y marcó una cantidad  $a$  de puntos en  $r$  y una cantidad  $b$  de puntos en  $s$ . Luego trazó todos los segmentos que conectan cada punto de  $r$  con cada punto de  $s$ . Finalmente coloreó de rojo todos los puntos de intersección entre dos segmentos dibujados (no se pintan de rojo los puntos de  $r$  ni los de  $s$ ). Resultó que cada punto rojo es la intersección de exactamente dos segmentos.

Si la cantidad de puntos rojos es 7480, calcular las cantidades  $a$  y  $b$  de puntos que marcó inicialmente Ana.

## Problema 3

En el interior del ángulo agudo  $\widehat{AOB}$  sean  $C$  y  $D$  que satisfacen simultáneamente

- $\widehat{AOC} = \widehat{BOD} < \frac{\widehat{AOB}}{2}$ ;
- la recta perpendicular a la semirrecta  $OA$  desde  $D$  corta a  $OC$  en  $X$  y la recta perpendicular a semirrecta  $OB$  desde  $C$  corta a  $OD$  en  $Y$  de modo que los segmentos  $DX$  y  $CY$  no se cortan.

Demostrar que los puntos  $C, X, D, Y$  pertenecen a una circunferencia.

**EN TODOS LOS PROBLEMAS, LA RESPUESTA SIN UNA DEMOSTRACIÓN O JUSTIFICACIÓN ADECUADA RECIBIRÁ PUNTAJE 0 (CERO).**