

CERTAMEN REGIONAL

APELLIDO:	
NOMBRES:	
DOCUMENTO:	FECHA DE NACIMIENTO:
DOMICILIO:	
LOCALIDAD Y PROVINCIA:	
CELULAR:	
DIRECCIÓN ELECTRÓNICA:	
ESCUELA:	

**Problema 1**

En el pizarrón está escrita la lista de 111 números

$$1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots, \frac{1}{111}.$$

La operación permitida es elegir dos números del pizarrón y borrarlos, digamos  $a$  y  $b$ , y escribir el número obtenido al hacer  $a + b + a \cdot b$ . Por ejemplo, si se borra  $\frac{1}{3}$  y  $\frac{1}{47}$ , se escribe el número

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{47} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{47} = \frac{51}{141}.$$

Después de realizar 110 operaciones permitidas queda un único número en el pizarrón. Determinar ese número.

**Problema 2**

Facu hizo la lista de todos los números enteros positivos  $n$  que satisfacen simultáneamente

- $n$  tiene 20 dígitos;
- todos los dígitos de  $n$  son impares;
- todas las restas de dos dígitos consecutivos de  $n$ , el mayor menos el menor, son iguales a 2.

Determinar la cantidad de números enteros que tiene la lista de Facu.

**Problema 3**

Se tiene un pentágono  $ABCDE$  de lados  $AB, BC, CD, DE, EA$  que tiene cuatro lados iguales,  $AB = BC = DE = EA$ , dos ángulos iguales,  $\hat{A}BC = \hat{A}ED = 90^\circ$  y el ángulo  $\hat{B}AE$  mayor que  $90^\circ$ . La paralela a  $EA$  trazada por  $B$  corta a la paralela a  $AB$  trazada por  $E$  en el punto  $F$ . Calcular las medidas de los ángulos del triángulo  $FCD$ .

**EN TODOS LOS PROBLEMAS, LA RESPUESTA SIN UNA DEMOSTRACIÓN O JUSTIFICACIÓN ADECUADA RECIBIRÁ PUNTAJE 0 (CERO).**