



## SEGUNDO NIVEL

### XLI OLIMPIADA MATEMÁTICA ARGENTINA CERTAMEN NACIONAL PRIMER DÍA

**ESCRIBIR EN LA HOJA DE SOLUCIONES LOS CÁLCULOS  
Y RAZONAMIENTOS QUE JUSTIFICAN LAS RESPUESTAS**

#### Problema 1.

Sea  $ABC$  un triángulo equilátero con lados de longitud 8 y sean  $D, E, F$  puntos en los lados  $BC, CA$  y  $AB$  respectivamente. Si  $BD=2$  y  $\hat{ADE} = \hat{DEF} = 60^\circ$ , calcular la longitud del segmento  $AF$ .

#### Problema 2.

Ana y Beto juegan al siguiente juego con una varilla de longitud 15. Comienza Ana y en su primera jugada corta la varilla en 2 trozos de longitudes enteras; luego cada jugador en su turno debe cortar uno de los trozos, a su elección, en dos nuevos trozos de longitudes enteras. Pierde el jugador que, en su turno, deja al menos un trozo de longitud igual a 1. Determinar cuál de los dos jugadores tiene una estrategia ganadora y dar su estrategia ganadora.

#### Problema 3.

- Dar un ejemplo de una lista infinita de números de la forma  $a+n \cdot d$ , con  $n \geq 0$  entero, donde  $a$  y  $d$  son enteros positivos, tales que ningún número de la lista sea igual a la potencia  $k$  de un entero, para todo  $k=2,3,4,\dots$ .
- Dar un ejemplo de una lista infinita de números de la forma  $a+n \cdot d$ , con  $n \geq 0$  entero, donde  $a$  y  $d$  son enteros positivos, tales que ningún número de la lista sea igual al cuadrado de un número entero, pero la lista contenga infinitos números que sean iguales a los cubos de números enteros positivos.



## SEGUNDO NIVEL

### XLI OLIMPIADA MATEMÁTICA ARGENTINA CERTAMEN NACIONAL SEGUNDO DÍA

**ESCRIBIR EN LA HOJA DE SOLUCIONES LOS CÁLCULOS  
Y RAZONAMIENTOS QUE JUSTIFICAN LAS RESPUESTAS**

#### Problema 4.

Hallar todos los pares  $(a, b)$  de números racionales positivos tales que

$$\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{2 + \sqrt{3}}.$$

#### Problema 5.

Sea  $A_1 A_2 \dots A_n$  un polígono regular de  $n$  lados,  $n \geq 3$ . Inicialmente hay tres hormigas paradas en el vértice  $A_1$ . En cada minuto dos hormigas se mueven simultáneamente a un vértice vecino, pero en diferentes direcciones (una en sentido horario y la otra en sentido antihorario) y la tercera se queda en el vértice en el que está.

Determinar todos los valores de  $n$  para los que después de un tiempo las tres hormigas puedan encontrarse en un mismo vértice del polígono, diferente de  $A_1$ .

#### Problema 6.

Se construye una lista de 7 números enteros positivos con el siguiente procedimiento: cada número de la lista es la suma del número anterior más el número anterior pero escrito en orden inverso. Por ejemplo, si un número de la lista es el 23544, el siguiente es  $68076 = 23544 + 44532$ . (Está prohibido que un número de la lista empiece con 0, pero los inversos pueden empezar con 0.) Decidir si se puede elegir convenientemente el primer número de la lista para que el séptimo sea un número primo.