XI OLIMPÍADA MATEMÁTICA URBANA METROPOLITANA
PRIMER NIVEL

APELLIDO:

NOMBRES:

ESCUELA:..........

LOCALIDAD:..........

EN TODOS LOS PROBLEMAS,

LA RESPUESTA TIENE QUE ESTAR DEBIDAMENTE JUSTIFICADA.

Problema 1

Juan tiene un candado con una combinación de 10 dígitos y se olvidó dos de esos dígitos. Sabe que la combinación es: *2022*2023, donde las * indican las posiciones de los dígitos que se olvidó. Él sabe que el número de 10 dígitos es divisible por 33. Determinar todas las posibles combinaciones del candado.

Problema 2

Un kiosco vende caramelos en bolsas pequeñas, medianas y grandes que contienen 6, 9 y 20 caramelos respectivamente. Si solo es posible comprar bolsas de esos tres tamaños, determinar la mayor cantidad de caramelos que es imposible comprar exactamente.

Problema 3

Antonio tiene un pentágono de cartulina *ABCDE* (las letras ordenadas en sentido horario), rojo de un lado y azul del otro, con la propiedad de que el cuadrilátero *BCDE* es un cuadrado y el triángulo *ABE* es isósceles y rectángulo en *A*. Hay que dividir el pentágono *ABCDE* en tres partes mediante dos cortes rectos, de modo que con esas tres partes se arme, sin huecos ni superposiciones, un triángulo rojo que sea isósceles y rectángulo.

XI OLIMPÍADA MATEMÁTICA URBANA METROPOLITANA
SEGUNDO NIVEL

APELLIDO:

NOMBRES:

ESCUELA:...

LOCALIDAD:...

EN TODOS LOS PROBLEMAS,

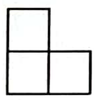
LA RESPUESTA TIENE QUE ESTAR DEBIDAMENTE JUSTIFICADA.

Problema 1

Hallar todos los enteros positivos n para los que n tiene una cantidad impar de divisores positivos y $n+2023$ también tiene una cantidad impar de divisores positivos.
Aclaración: Si k es un entero, entre sus divisores positivos se incluyen 1 y k.

Problema 2

Ana y Beto juegan el siguiente juego en un tablero de 140×141. Ana, en sus turnos, colorea k piezas L formadas por tres casillas del tablero cada una (ver figura). Beto, en sus turnos, colorea un cuadrado de 2×2 del tablero. Cada casilla del tablero se puede colorear, como mucho, una vez. Pierde el jugador que en su turno no puede completar su jugada. Ana juega en el primer turno. Hallar todos los valores de k para los cuales Ana tiene estrategia ganadora y describir dicha estrategia.



Pieza L

Aclaración: Las piezas L pueden figurar rotadas o reflejadas.

Problema 3

Sea ABC un triángulo con $\hat{A}=60°$ y AB menor que AC. La bisectriz de $\hat{A}$ corta al lado BC en D. La recta perpendicular a AD por A corta a la recta BC en E de modo que $BE=AB+AC$. Determinar las medidas de los ángulos $\hat{B}$ y $\hat{C}$.

XI OLIMPÍADA MATEMÁTICA URBANA METROPOLITANA
TERCER NIVEL

APELLIDO:

NOMBRES:

ESCUELA:...

LOCALIDAD:...

EN TODOS LOS PROBLEMAS,

LA RESPUESTA TIENE QUE ESTAR DEBIDAMENTE JUSTIFICADA.

Problema 1

Un entero positivo se dice *simple* si se puede escribir como suma de dos enteros positivos mayores que 1 y coprimos entre sí. Por ejemplo, 107=35+72 es *simple* pues 35 y 72 son coprimos ya que el único divisor común es el 1.

Determinar todos los enteros positivos *simples*.

Aclaración: Dos enteros *a, b* son coprimos si el máximo común divisor entre *a* y *b* es 1.

Problema 2

Mili tiene 100 tarjetas en blanco y escribe en cada una de ellas uno o varios números enteros positivos. Cada número puede figurar en una, en varias o en ninguna tarjeta. Puede haber tarjetas repetidas. Felipe tiene que adivinar los números de las100 tarjetas, y para ello, en cada paso, debe señalar dos tarjetas y de inmediato Mili le informará cuáles son todos los números que están en alguna esas dos tarjetas, y todos los números que figuran simultáneamente en las dos tarjetas. Por ejemplo, si las dos tarjetas señaladas por Felipe tienen respectivamente {1, 2, 5, 7} y {2, 3, 4, 5}, Mili responderá {1, 2, 3, 4, 5, 7} y {2, 5}.

Determinar el menor número de pasos con los que Felipe se asegura su objetivo, no importa qué números escriba inicialmente Mili en las 100 tarjetas.

Problema 3

Sea ABC un triángulo tal que $\hat{C} = 90°$ y $\hat{A}$ mayor que $\hat{B}$. La altura CH corta a las bisectrices AM y BN en P y Q respectivamente. Sea R el punto medio de PM y S el punto medio de QN. Demostrar que RS es paralelo a la hipotenusa AB.

Aclaración: H pertenece al lado *AB*, *M* pertenece al lado *BC* y *N* pertenece al lado *AC*.